الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — الدورة الاستثنائية: 2017

الشعبة: تسيير واقتصاد

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية المعرّفة بحدّها الأوّل u_0 حيث $u_0=-2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+1$.

1) أ) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n<2$.

ب) عيّن اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ثمّ استنتج أنّها متقاربة.

2) لتكن المتتالية (v_n) المعرّفة كما يلي : من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n=2u_n-4$.

أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدّها الأوّل v_0.

ب) جد عبارة v_n بدلالة n ثمّ استنتج عبارة u_n بدلالة n .

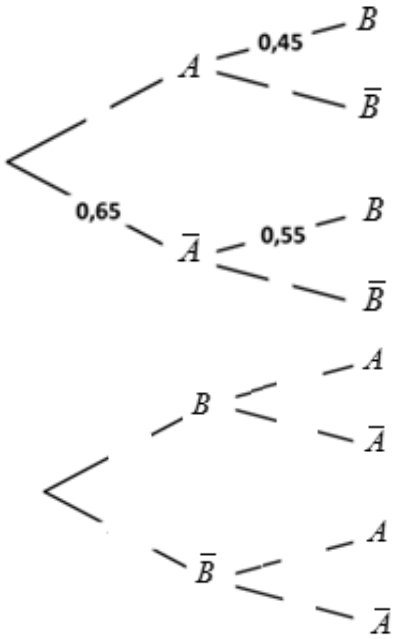
3) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الشّجرة المقابلة تنمذج تجربة عشوائية حيث A و B حادثتان، $\overline{A}$ و $\overline{B}$ حادثتاهما العكسيتان على الترتيب .

1) انقل وأكمل الشّجرة المقابلة ثمّ احسب الاحتمالات الآتية :

$P(A\cap B)$ و $P(A\cap\overline{B})$.



2) أ) احسب الاحتمالات الآتية: $P(B)$ ، $P_B(A)$ و $P_{\overline{B}}(A)$

ب) انقل وأكمل الشّجرة المقابلة .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

الجدول الآتي يعطي نسبة الأمية في بلد ما، خلال الفترة الممتدة من1948 إلى2008 .

السّنة	1948	1958	1968	1978	1988	1998	2008
الرتبة x_i	1	2	3	4	5	6	7
نسبة الأمية y_i	14	92	74,6	60	31	38,4	22

1) أ) احسب إحداثيي النّقطة المتوسطة G. (تدور النتائج إلى 10^{-2})

ب) مثّل سحابة النّقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد (على حامل محور الفواصل $1cm$ يمثل رتبة واحدة وعلى حامل محور التراتيب $1cm$ يمثّل 10%) .

2) بيّن أنّ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدّنيا هي : $y=-4,53x+65,54$.

3) باستعمال التّعديل الخطّي السّابق ، قدّر نسبة الأمية في سنة 2038 في هذا البلد.

4) ابتداءً من أيّ سنة تكون نسبة الأمية في هذا البلد أقل من 5%.

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I) لتكن g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=2x-1-e^{2x}$.

1) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g .

2) استنتج إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدّالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x^2-x-\frac{1}{2}e^{2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. (يعطى: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^{2x}}{x^2}=+\infty$)

2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,25<\alpha<-0,24$.

ب) أثبت أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A إحداثياها $(0;\frac{-1}{2})$.

جـ) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النّقطة A .

4) ارسم (T) و (C_f).

5) أ) احسب بالسّنتمتر مربع المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $x=0$ ، $x=\alpha$ و $y=0$.

ب) تحقّق أنّ $A(\alpha)=\frac{1}{3}\left(4\alpha^3-12\alpha^2+6\alpha+3\right)cm^2$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يمثّل الجدول الآتي تطور إنتاج مصنع للإسمنت خلال الفترة الممتدة من 2010 إلى 2014.

السّنة	2010	2011	2012	2013	2014
ترتيب السّنوات x_i	1	2	3	4	5
الإنتاج بالمليون طن y_i	4,8	5	5,5	6,2	7

1) عيّن إحداثيي النّقطة المتوسطة G ثمّ مثّل سحابة النّقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد ($1cm$ يمثل رتبة واحدة على حامل محور الفواصل ، $1cm$ يمثل 1 مليون طن على حامل محور التراتيب)

2) لتكن $y=ax+b$ معادلة (Δ)، مستقيم الانحدار بالمربعات الدّنيا للسّلسلة $(x_i\ ;\ y_i)$.

بيّن أنّ: $a=0,56$ ثمّ احسب b. (تعطى النّتيجة مدورة إلى 10^{-2})

3) من أهداف المصنع الوصول إلى إنتاج يفوق 8,45 مليون طن في سنة 2017 .

هل يمكن تحقيق هذا الهدف باستعمال التعديل الخطي السّابق ؟ مع التبرير.

4) ابتداءً من أيِّ سنة يتعدى إنتاج المصنع 10,17 مليون طن في السّنة .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية الهندسية (v_n) ذات الأساس e^2 والحد الأول v_0 حيث $v_0=1$. (e أساس اللوغاريتم النيبيري)

1) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$.

2) نعتبر المتتاليتين (u_n) و (w_n) المعرّفتين كما يلي:

من أجل كل عدد طبيعي n ، $w_n=2n+4+e^{2n}$ و $u_n=w_n-v_n$.

بيّن أنّ : المتتالية (u_n) حسابية ، حدّد أساسها r و حدّها الأول u_0.

3) أثبت أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $4+6+8+\cdots+(2n+4)=(n+1)(n+4)$.

4) استنتج المجموع T_n بدلالة n حيث $T_n=w_0+w_1+\cdots+w_n$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

في كل حالة من الحالات الآتية ، اقتُرحت ثلاث إجابات واحدة منها فقط صحيحة، عيّن الاقتراح الصّحيح مع التّبرير.

1) A و B حادثتان مستقلتان .

إذا كان : $P(A\cap B)=0,03$ و $P(A)=0,4$ فإنّ :

أ) $P(B)=0,43$ ب) $P(B)=0,075$ جـ) $P(B)=0,37$

2) A و B حادثتان.

إذا كان : $P(A\cap B)=\frac{3}{100}$ و $P_A(B)=\frac{1}{4}$ فإنّ :

أ) $P(A)=\frac{3}{25}$ ب) $P(A)=\frac{4}{25}$ جـ) $P(A)=\frac{3}{400}$

3) A و B حادثتان .

إذا كان : $P(A)=0,4$ و $P(B)=0,5$ و $P(\overline{A\cup B})=0,55$ فإنّ :

أ) $P(A\cap B)=0,2$ ب) $P(A\cap B)=0,45$ جـ) $P(A\cap B)=0,9$

4) الجدول التّالي يُعرّف قانون احتمال تجربة عشوائية.

x_i	-2	-1	α	3
$P(X=x_i)$	$0,12$	$0,50$	β	$0,30$

قيمتا α و β حتّى يكون الأمل الرّياضياتي للمتغير العشوائي X يساوي $0,32$ هما :

أ) $\alpha=1$ و $\beta=0,08$ ب) $\alpha=2$ و $\beta=0,03$ جـ) $\alpha=2$ و $\beta=0,08$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I) نعتبر الدّالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^3-x^2-1$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغيّر الدّالة g ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

3) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,46<\alpha<1,48$.

4) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) مؤسسة صناعية تنتج يوميا كميّة q (مقدرة بالطّن) من منتوج بكلفة متوسطة C_M (مقدرة بملايين الدّنانير)

معرّفة على $[0;10]$ بـ: $C_M(q)=\frac{1}{2}q^2-q+1-\frac{1}{2}\ln\left(q^2+1\right)$.

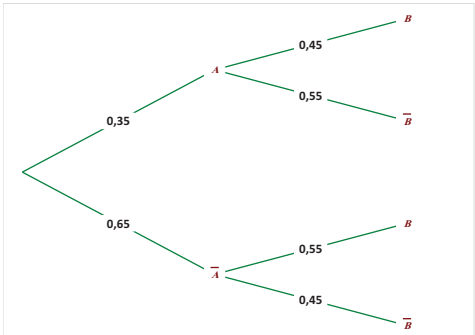
1) بيّن أنّ: من أجل كل عدد حقيقي q من $[0;10]$ ، $C'_M(q)=\frac{g(q)}{q^2+1}$.

2) عيّن اتجاه تغيّر الكلفة المتوسطة C_M ثمّ شكّل جدول تغيراتها. (نأخذ $\alpha\simeq1,47$)

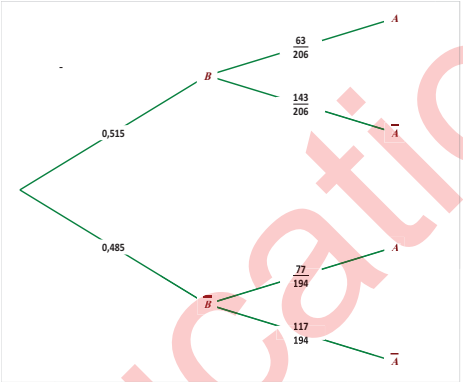
3) عيّن الكمّية التي تُنتج يوميا بأقل كلفة متوسطة ثمّ حدّد هذه الكلفة المتوسطة .

4) ما هي الكلفة الإجمالية C لإنتاج 2 طن يوميا؟

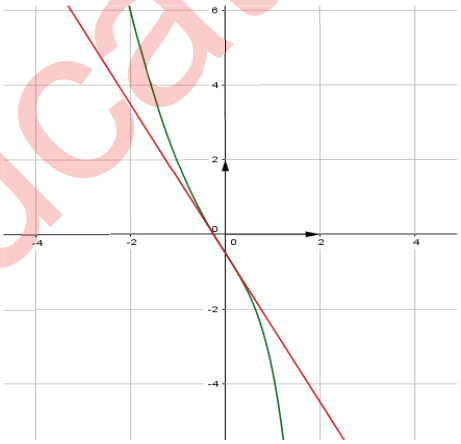
انتهى الموضوع الثاني

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجزأة
الموضوع الأول		
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) أ) لما $n=0$ ؛ $u_0=-2$ و $u_0<2$ فالخاصية صحيحة من أجل $n=0$ نفرض $u_n<2$ ومنه $\frac{1}{2}u_n+1<2$ أي $u_{n+1}<2$ وعليه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $u_n<2$	0.25 0.25 0.25	01.50
ب) المتتالية (u_n) متزايدة تماما لأن $u_{n+1}-u_n=-\frac{1}{2}(u_n-2)$ و $u_n-2<0$ ومنه $u_{n+1}-u_n\succ 0$ بما أن المتتالية (u_n) محدودة من الأعلى بالعدد 2 ومتزايدة تماما فهي متقاربة .	0.50 0.25	
2) أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية $v_{n+1}=\frac{1}{2}v_n$ أساسها $q=\frac{1}{2}$ حدّها الأوّل $v_0=-8$	0.50 0.25 0.25	02.00
ب) عبارة v_n بدلالة n : $v_n=-8\times\left(\frac{1}{2}\right)^n$ استنتاج عبارة u_n بدلالة n : $u_n=-4\left(\frac{1}{2}\right)^n+2$	0.50 0.50	
3) المجموع S_n : $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n=8\left(\frac{1}{2}\right)^n+2n-6$	0.50	00.50
التمرين الثاني : (04 نقاط)		
1) نقل واكمال الشجرة  	0.50	01.50
$p\ A\cap B\ =p\ A\ \times p_A\ B\ =0,1575$ $p\ A\cap\overline{B}\ =p\ A\ \times p_A\ \overline{B}\ =0,1925$	0.50 0.50	

3as.ency-education.com

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجزأة
2) أ) حساب الاحتمالات $p\ B = P\ A\cap B + P\ \overline{A}\cap B = 0,515$ $p_B\ A = \frac{p\ A\cap B}{P\ B} = \frac{63}{206}$ لدينا $P\ \overline{B} = p\ A\cap\overline{B} + p\ \overline{A}\cap\overline{B} = 1 - P\ B = 0,485$ ومنه يكون لدينا $P_{\overline{B}}\ A = \frac{p\ A\cap\overline{B}}{P\ \overline{B}} = \frac{77}{194}$	0.50 0.50 0.25 0.50	02.50
ب) انقل وأكمل الشّجرة المقابلة .  	0.75	
التمرين الثالث: (04 نقاط)		
1) أ) احسب إحداثيي النّقطة المتوسطة G .	01.00	02.00
ب) مثّل سحابة النّقط $M_i(x_i;y_i)$	01.00	
2) بيّن أنّ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدّنيا هي : $y = -4,53x + 65,54$.	01.00	01.00
3) باستعمال التّعديل الخطّي السّابق ، قدّر نسبة الأمية في سنة 2038 في هذا البلد.	0.50	0.50
4) ابتداءً من أيّ سنة تكون نسبة الأمية في هذا البلد أقل من 5% .	0.50	0.50
التمرين الرابع: (08 نقاط)		
I) 1) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g . $g'\ x = 2\ 1 - e^{2x}$ اشارة $g'\ x$ g متناقصة تماما على $[0;+\infty[$ ومتزايدة تماما على $]-\infty;0]$	0.25 0.50 0.25	01.75
2) استنتج إشارة $g(x)$.	0.75	
II) 1) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.	2x0.50	01.00

3as.ency-education.com

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجزأة
2) $f'(x)=2x-1-e^{2x}=g\ x$ $f'\ x<0$ جدول التغيّرات $\begin{array}{c\|ccc} x & -\infty & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & -\infty \end{array}$	0.50 0.50 0.25	01.25
3) أ) تبيين أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,25<\alpha<-0,24$	0.50	01.50
ب) إثبات أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A إحداثياها $(0;\frac{-1}{2})$.	0.50	
جـ) كتابة معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النّقطة A $y=-2x-\frac{1}{2}$: T	0.50	
4) رسم (T)  5) رسم المنحنى (C_f)	0.25 0.50	00.75
6) أ) المساحة $A(\alpha)$	01	01.75
ب) التحقق أنّ: $A(\alpha)=\frac{1}{3}(4\alpha^3-12\alpha^2+6\alpha+3)cm^2$.	0.75	

3as.ency-education.com

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجزأة
الموضوع الثاني		
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) إحداثيي النّقطة المتوسطة $G(3;5,7)$ تمثيل سحابة النّقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد	01.00 0.50	01.50
2) $a=0,56$ $b=5.7-0.56(3)=4.02$	0.50 0.50	01.00
3) الهدف محقق مع التبرير : رتبة 2017 هي 8 ومنه $y=0.56\times 8+4.02=8.5$	0.25 0.50	0.75
4) $0.56x+4.02>10.17$ ومنه $x>10.98$ وبتالي $x=11$ إذن السنة هي 2020	0.25 0.50	0.75
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1) $S_n=\dfrac{e^{2(n+1)}-1}{e^2-1}$	0.75	00.75
1- لدينا $w_n=u_n+v_n$ و $v_n=e^{2n}$ ومنه $u_n=2n+4$ (u_n) متتالية حسابية أساسها 2 وحدها الأول $u_0=4$	0.50 2×0.50	01.50
2) اثبات أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $4+6+8+\cdots+(2n+4)=(n+1)(n+4)$ يمكن اعتبار المجموع كمجموع n حدا متتابعا لمتتالية حسابية حدها الأول 4 واساسها 2 او بالبرهان بالتراجع .	0.75	00.75
3) $T_n=(n+1)(n+4)+\dfrac{e^{2(n+1)}-1}{e^2-1}$.	01.00	01.00
التمرين الثالث: (04 نقاط)		
1) الإجابة الصحيحة هي (ب) $p(B)=0.075$ التعليل: $p(B)=\dfrac{p(A\cap B)}{p(A)}=\dfrac{0.03}{0.4}=0.075$	0.25 0.25	00.50
2) الإجابة الصحيحة هي (أ) $p(A)=\dfrac{3}{25}$ التعليل: $p(A)=\dfrac{p(A\cap B)}{p_A(B)}=\dfrac{\frac{3}{100}}{\frac{1}{4}}=\dfrac{3}{25}=0.12$	0.25 0.75	01.00
3) الإجابة الصحيحة هي (ب) $p(A\cap B)=0.45$ التعليل: $p(A\cap B)=p(A)+p(B)+p(\overline{A\cup B})-1=0.4+0.5+0.55-1=0.45$	0.25 0.75	01.00

3as.ency-education.com

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجزأة
4) الإجابة الصحيحة هي (ج) $p(X \geq 2) = 0.38$ التعليل: $0.12 + 0.50 + \beta + 0.30 = 1$ ومنه $\beta = 0.08$ $E(x) = -2 \times 0.12 - 1 \times 0.50 + \alpha \times 0.08 + 3 \times 0.30 = 0.16 + 0.08\alpha$ $0.16 + 0.08\alpha = 0.32$ ومنه $\alpha = 2$	0.50 0.50 0.50	01.50
التمرين الرابع: (08 نقاط)		
I) 1) حساب $\lim_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$ و $\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$.	0.50	00.50
2) $g'(x) = 3x^2 - 2x = x(3x-2)$ اشارة $g'(x)$ g متزايدة تماما على المجالين $]-\infty;0]$ و $\left[\frac{2}{3};+\infty\right[$ ومتناقصة تماما على $\left[0;\frac{2}{3}\right]$ جدول التغيرات: $\begin{array}{c\|ccccccc} x & -\infty & & 0 & & \frac{2}{3} & & +\infty \\ \hline g'(x) & & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline g(x) & -\infty & \nearrow & -1 & \searrow & -\frac{31}{27} & \nearrow & +\infty \end{array}$	0.50 0.25 0.25 0.50	01.50
3) تبيين أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,46 < \alpha < 1,48$.	0.50	00.50
4)استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x. $g(x) \prec 0$ من اجل $x \in]-\infty;\alpha[$ و $g(x) \succ 0$ من أجل $x \in]\alpha;+\infty[$ و $g(\alpha) = 0$	0.50	00.50
II) 1) من أجل كل q من $]0;+\infty[$: $C'_M(q) = \frac{q^3 - q^2 - 1}{q^2 + 1}$	01.00	01.00
2) إشارة $C'_M(q)$ من إشارة $g(q)$ منه $q = \alpha$ C_M متناقصة تماما على $]q;+\infty[$ و متزايدة تماما على $]-\infty;q[$. جدول التغيرات:	01.00 01.00	02.00
3) عدد الوحدات هو: $q = \alpha \times 100 = 147$ وحدة بكلفة	01.00	01.00
4) الكلفة الإجمالية C لإنتاج 2 طن هي $390000DA$	01.00	01.00

3as.ency-education.com